

#### 4. Einführung in die technische Strömungslehre

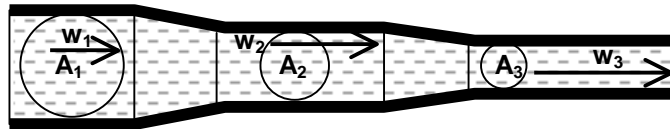
Die technische Strömungslehre beschreibt das Verhalten von strömenden Flüssigkeiten und Gasen bzw. Dämpfen und die Wechselwirkungen mit ihrer Umgebung. Sie gehört zur theoretischen Basis der Energietechnik.

Hydrodynamik: Lehre strömender Flüssigkeiten. Flüssigkeiten sind inkompressibel.

Aerodynamik: Lehre strömender Gase. Gase sind kompressibel.

**Stationäre Strömung bei Flüssigkeiten** (Strömung wird ohne Reibungsverluste angenommen)

Kontinuitätsgleichung:



w: Strömungsgeschwindigkeit

A: Querschnitt

V: Volumenstrom (Durchsatz)

$$\dot{V} = A \cdot w$$

$$\dot{V} = A_1 \cdot w_1 = A_2 \cdot w_2 = A_3 \cdot w_3 = \dots = konst.$$

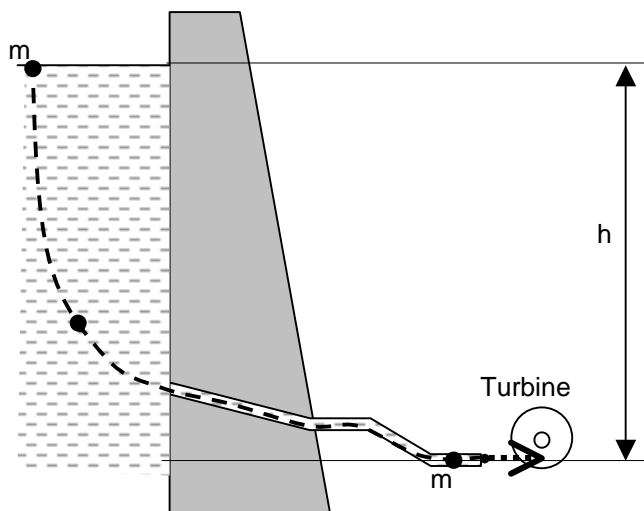
Mit  $m = V \cdot \rho$  ist  $V = \frac{m}{\rho}$  und damit auch  $\dot{V} = \frac{\dot{m}}{\rho}$

•  
m: Massenstrom

$$\dot{m} = \dot{V} \cdot \rho = A \cdot w \cdot \rho$$

#### Energieerhaltung bei strömenden Flüssigkeiten

Drei Energieformen eines strömenden Fluids



Ohne Verluste gilt:  $E_{pot} = E_{kin}$   
kontinuierliche Umwandlung  
potentieller Energie in  
kinetische Energie

Potentielle Energie:

$$E_{pot} = F_G \cdot h = m \cdot g \cdot h$$

Kinetische Energie:

$$E_{kin} = \frac{m}{2} \cdot w^2$$

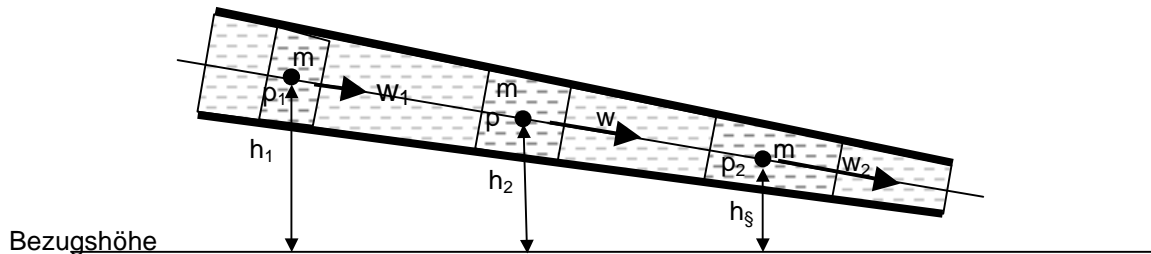
Druckenergie

$$E_d = p \cdot V$$

**In einem strömenden Fluid kann neben kinetischer Energie potentielle und Druckenergie gespeichert sein. (Wärme vernachlässigt)**

## Energiegleichung nach Bernoulli

Bei der stationären verlustfreien Rohrströmung inkompressibler Fluide ist die Summe von potentieller Energie, kinetischer Energie und Druckenergie konstant.



An jeder beliebigen Stelle im Rohr gilt die Bilanz:

$$E = E_{d1} + E_{pot1} + E_{kin1} = E_{d2} + E_{pot2} + E_{kin2} = konst.$$

Mit  $m = V \cdot \rho$  erhält man für jede Stelle im Rohr die Bernoulli'sche Energiegleichung

$$E = E_d + E_{pot} + E_{kin} = p \cdot V + m \cdot g \cdot h + \frac{m}{2} w^2 = konst.$$

Für das konstante Volumen  $V$  von Flüssigkeiten gilt:

$$p_1 \cdot V + V \cdot \rho \cdot g \cdot h_1 + \frac{V \cdot \rho}{2} \cdot w_1^2 = p_2 \cdot V + V \cdot \rho \cdot g \cdot h_2 + \frac{V \cdot \rho}{2} \cdot w_2^2$$

Nach Division durch  $V$  ergibt sich die Bernoulli'sche Druckgleichung:

$$p_1 + \rho \cdot g \cdot h_1 + \frac{\rho}{2} \cdot w_1^2 = p_2 + \rho \cdot g \cdot h_2 + \frac{\rho}{2} \cdot w_2^2$$

} statischer Druck  $p_s$   
} geodätischer Druck  $p_h$   
} Geschwindigkeitsdruck  $p_{dyn}$

$$[p] = \frac{N}{m^2}$$

$$[\rho] \cdot [g] \cdot [h] = \frac{kg}{m^3} \cdot \frac{m}{s^2} \cdot m = \frac{kgm}{s^2} \cdot \frac{1}{m^2} = \frac{N}{m^2}$$

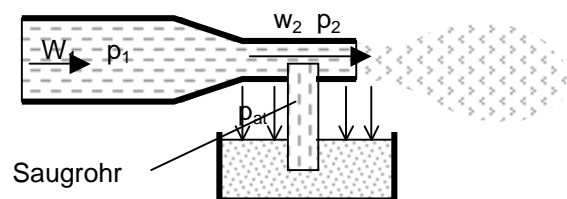
$$[\rho] \cdot [w^2] = \frac{kg}{m^3} \cdot \left(\frac{m}{s}\right)^2 = \frac{kgm}{s^2} \cdot \frac{1}{m^2} = \frac{N}{m^2}$$

In einem strömenden inkompressiblen Fluid ist die Summe aus statischem Druck, geodätischem Druck und Geschwindigkeitsdruck konstant.

**Venturiprinzip:** Bei einer horizontal verlaufenden Rohrleitung entfällt der geodätische Druck. Die Bernoulli'sche Druckgleichung lautet dann:

$$p_{st} + p_{dyn} = p_{st} + \frac{\rho}{2} \cdot w^2 = konst.$$

Wird der Gesamtdruck in einer Rohrleitung infolge einer Geschwindigkeitssteigerung eines Fluids kleiner als der atmosphärische Druck, so kann ein anders Fluid (z.B. Wasser) angesaugt werden. (Venturi- oder Injektorprinzip).



Inhalt      Die Helmholtzschen Wirbelsätze  
Geschwindigkeitsverteilung in einem Abflußrohr

Die

## Der Satz des Bernoulli

(Jan Lyczywek)



Wohl jeder hat schon selbst erlebt, daß bei starkem Sturm ein Regenschirm "umklappen" kann, und zwar nach oben. Auf den ersten Blick erscheint das unlogisch: eigentlich müßte der Wind die Schirmfläche doch herunterdrücken. Warum also klappt bei Sturm der Schirm nach oben?

Betrachtet man einmal die Strömung auf der gewölbten Oberseite, so kann man sich leicht vorstellen, daß die Luft hier durch einen engeren Querschnitt strömen muß, als vor oder hinter dem Schirm.

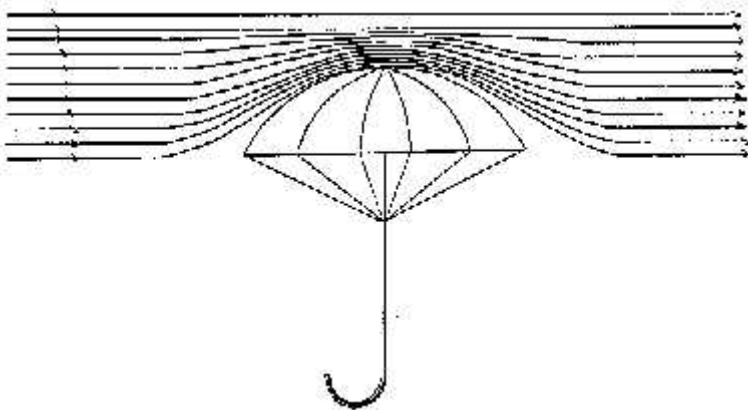


Abb. 4: Umströmung eines Regenschirms bei Sturm (schematisch)

Ganz ähnlich muß sich die Luft beispielsweise in einem Rohr verhalten, das eine Querschnittsverengung besitzt (siehe Abb.2)

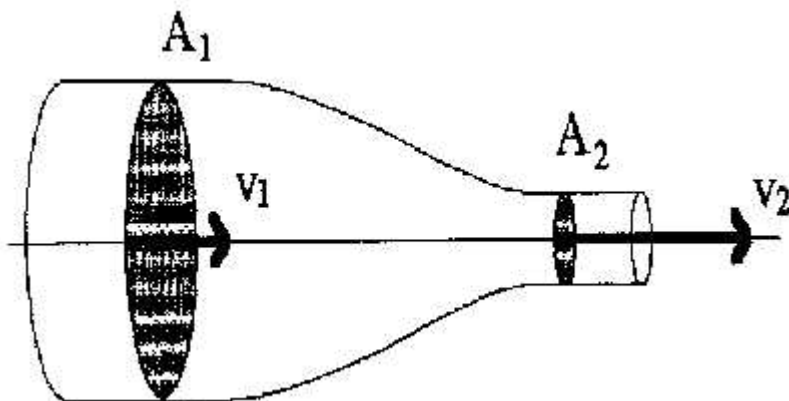


Abb. 5: Rohr mit Querschnittsverengung

Man kann nun davon ausgehen, daß die Luft inkompressibel ist, d.h. eine konstante Dichte hat.

Dann ist es offensichtlich, das in gleichen Zeitintervallen gleiche Volumina durch jeden Rohrquerschnitt strömen müssen.

$$\frac{V_1}{t} = \frac{V_2}{t} \quad \frac{A_1 s_1}{t} = \frac{A_2 s_2}{t} \quad A_1 v_1 = A_2 v_2$$

Diese sogenannte Kontinuitätsgleichung besagt, daß die Geschwindigkeit in

einem engen Strömungsquerschnitt höher sein wird, als in einem weiten. (Durchfahren Sie also in Zukunft Autobahnbaustellen, die einen Fahrstreifen sperren, einfach doppelt so schnell, dann bildet sich kein Stau.)

An der Verengung muß die Luft also beschleunigt werden. Daraus kann man schließen, daß im weiten Querschnitt ein höherer Druck herrschen muß als im engen.

Verschiebt man beispielsweise ein bestimmtes Luftvolumen im Bereich des weiten Querschnitts, so muß dazu folgende Arbeit gegen den dort herrschenden Druck  $p$  geleistet werden:

$$W_1 = F_1 s_1 = p_1 A_1 s_1 = p_1 V$$

Ebenso im engen Querschnitt:

$$W_2 = F_2 s_2 = p_2 A_2 s_2 = p_2 V$$

Die Differenz zwischen diesen beiden sogenannten Druckenergien ist gerade die kinetische Energie, die zum Beschleunigen der Luft an der Verengung genutzt wird:

$$W = W_1 - W_2 = (p_1 - p_2)V$$

Dies läßt sich auch als Differenz der kinetischen Energie, die das Luftvolumen jeweils vor bzw. hinter der Verengung besitzt, ausdrücken:

$$W = W_{kin1} - W_{kin2} = \frac{1}{2} m * (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \rho V * (v_2^2 - v_1^2)$$

Daher lassen sich die beiden Ausdrücke gleichsetzen:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \rho V * (v_2^2 - v_1^2) &= (p_1 - p_2)V \\ p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 &= p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \end{aligned}$$

Der Satz des Bernoulli lautet:

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 = const.$$

Sehen wir ihn uns einmal genauer an:  $p$  ist der statische Druck. Er entsteht aufgrund der Teilchenbewegung und wirkt gleichmäßig in alle Richtungen.  $\frac{1}{2} \rho v^2$

ist der dynamische Druck oder Staudruck. Wie der Name schon sagt, wirkt er nur in Strömungsrichtung. Der Satz des Bernoulli besagt also, daß die Summe aus dynamischem und statischem Druck, der sogenannte Gesamtdruck, immer konstant ist.

Was heißt das nun für unseren Regenschirm? Über seiner gewölbten Oberseite ist gewissermaßen der Strömungsquerschnitt geringer (siehe Abb. 1); die Geschwindigkeit muß also nach der Kontinuitätsgleichung höher sein als vor oder hinter dem Schirm. Es wird demnach dort ein höherer dynamischer Druck

herrschen. Da nun nach dem Satz des Bernoulli der Gesamtdruck stets konstant ist, muß der statische Druck hier relativ niedrig sein.

Entscheidend ist nun, daß der Staudruck nur in Strömungsrichtung wirkt, also an der engsten Stelle, wo er sein Maximum erreicht, überhaupt keine Kraft auf die Schirmfläche ausübt, während der in alle Richtungen, also auch auf die Schirmfläche wirkende statische Druck hier geringer ist als der unter dem Schirm herrschende Normaldruck. Dieser wiederum drückt nun den Schirm nach oben.

Der umklappende Schirm ist aber nur eine von vielen auf den ersten Blick unerklärlichen und doch alltäglichen Erscheinungen. So werden z.B. die Vorhänge vor einem offenen Zugfenster bei fahrendem Zug immer nach außen geweht. Bei starkem Sturm werden Hausdächer regelrecht nach oben gehoben. Der Bernoulli-Effekt ist auch verantwortlich dafür, daß Vögel und Flugzeuge, vom Segelflieger bis hin zum Jumbo, überhaupt fliegen können. Sieht man sich die Tragfläche eines Flugzeugs im Schnitt an, so erkennt man, daß das Flügelprofil unten mehr oder weniger gerade, auf der Oberseite aber gewölbt ist. Oben wird die Luft also schneller strömen, der dynamische Druck wird größer und der statische geringer sein als an der Unterseite. Das Flugzeug wird also gewissermaßen nach oben gesogen. Propeller und Hubschrauberrotoren sind ähnlich profiliert und arbeiten auf gleiche Weise.

Ein weniger bekannter Effekt ist der, daß sich entgegenkommende Schnellzüge gegenseitig ansaugen können, wenn die Gleise zu wenig Abstand haben.

In Wasser gibt es ganz ähnliche Phänomene: es kommt z. B. vor, daß sich Schiffe, die parallel fahren, aneinander ansaugen. An Kanälen werden häufig Schäden dadurch verursacht, daß die Schiffe sich aufgrund des geringen Strömungsquerschnitts zwischen Schiffsboden und Kanalgrund an letzteren ansaugen.

Tragflügelboote (nicht Luftkissenboote!) nutzen den Bernoulli-Effekt auf ganz ähnliche Weise wie Flugzeuge, indem sie sich mit Hilfe ihrer unter dem Rumpf angebrachten Flügel aus dem Wasser heben und so schneller fahren können.

Zum Schluß sei noch eine verblüffende "Anwendung" des Bernoulli-Effekts aus dem Tierreich genannt.

In Nordamerika leben die Präriehunde. Sie graben tiefe Bauten mit je zwei Ausgängen in den Boden, in denen etwa 10-15 Tiere leben. Lange Zeit war nicht klar, wie sie die Sauerstoffversorgung sicherstellen, denn durch normale Konvektion ist dies nicht möglich. Der Trick: Um einen der Ausgänge ist ein kleiner Wall aufgeschüttet. Der Wind strömt nun in absoluter Bodennähe etwas langsamer als in der Höhe, in die der Turm hineinragt. Höhere Strömungsgeschwindigkeit, geringer statischer Druck, Sogwirkung, Luftaustausch gesichert, Präriehund lebt... Das ist lebendige Physik!

---

*Hendrik Hoeth*  
*Canada Dormitory 50/5/1*  
*Technion City*  
*Haifa 32000*  
*ISRAEL*  
e-mail: [hendrik@philippi-trust.de](mailto:hendrik@philippi-trust.de)